

Economic Growth:



An R&D Model of Expanding Varieties

Agentes

- Productores de Bienes Finales
- Firmas encargadas de llevar a cabo el proceso de I&D para inventar nuevos productos (insumos intermedios)
- Consumidores

Productores de Bienes Finales:

$$Y = AL^{1-\alpha} \sum_{j=1}^N (X_j)^\alpha$$

Los productores se enfrentan a mercados competitivos de los factores y de los productos finales.

Las unidades de bienes finales pueden ser destinadas a consumo, producción de insumos intermedios, e invención de nuevos bienes intermedios (expansión de N)

Problema del productor de bienes finales:

□ Max $Y - wL - \sum_{j=1}^N P_j X_j$

□ Demanda del bien j: $X_j = L \left(\frac{A\alpha}{P_j} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

□ $w = (1 - \alpha) \cdot \left(\frac{Y}{L} \right)$

Firmas de I&D: enfrentan un proceso de decisión en dos etapas:

- Deciden si es conveniente dedicar recursos a la invención de un nuevo producto. Las firmas destinarán recursos a I&D si el valor presente neto de los beneficios futuros esperados es al menos tan grande como el gasto en I&D.
- Una vez que han realizado el esfuerzo en I&D, deciden a qué precio venderán el producto a los productores de bienes finales.

- Consideraremos un marco institucional en el cual el inventor de un bien intermedio retiene el monopolio perpetuo sobre la producción y venta del bien que ha inventado (patente perpetua).
- El valor presente neto de los retornos a la invención del bien j será:

$$V(t) = \int_t^{\infty} \pi_j(v) \cdot e^{-\int_t^v r(\omega) d\omega} dv$$

PASO 2: Determinación del precio del insumo una vez inventado

Asumiremos que, una vez inventados, el costo marginal del bien intermedio es constante y normalizado a 1. Entonces:

$$\pi_j(v) = [P_j(v) - 1] \cdot X_j(v)$$

y tomaremos la función de demanda para el productor de bienes finales,

$$X_j(v) = L \cdot \left(\frac{A\alpha}{P_j(v)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Para determinar el precio final el productor de I&D resolverá:

$$\max_{P_j(v)} \pi_j(v) = [P_j(v) - 1] \cdot L \cdot \left(\frac{A\alpha}{P_j(v)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Resolviendo, se llega a:

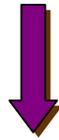
$$P_j(v) = P = \frac{1}{\alpha} > 1$$

El precio es mayor que el costo marginal (resultado del monopolio en la producción y comercialización)

El precio es el mismo para todos los bienes intermedios  todos los bienes intermedios entran simétricamente en la función de producción de bienes finales

$$Y = AL^{1-\alpha} \sum_{j=1}^N (X_j)^\alpha = AL^{1-\alpha} NX_j^\alpha$$

$$X_j = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} L$$



$$Y = AL^{1-\alpha} X_j^\alpha N = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} LN$$

Mediante un par de sustituciones, llegamos a la función de beneficios:

$$\pi_j(v) = \pi = LA^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}$$

Y finalmente a la función de valor presente neto de los beneficios del inventor en el momento t

$$V(t) = LA^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{2}{(1-\alpha)}} \cdot \int_t^{\infty} e^{-\int_t^v r(\omega) d\omega} dv$$

PASO 1: La decisión de entrar en el negocio de I&D

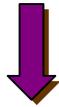
- El costo de I&D es fijo e igual a η
- Condición de libre entrada (free-entry condition):

$$V(t) = \eta$$

- Diferenciando la condición de libre entrada con respecto al tiempo obtenemos:

$$r(t) = \frac{\pi}{V(t)} + \frac{I\&(t)}{V(t)}$$

- La condición de libre entrada implica $V(t) = 0$



$$r(t) = r = \frac{\pi}{\eta} = \frac{L}{\eta} \cdot A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{2}{(1-\alpha)}}$$

- $V(t) = \eta$ implica que η es el valor de mercado de una firma que posee los derechos para producir un bien intermedio. El valor de mercado agregado para todas las firmas de I&D será ηN

Problema de las familias:

- Las familias maximizan su utilidad sobre un horizonte temporal infinito:

$$U = \int_0^{\infty} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) \cdot e^{-\rho t} dt$$

La restricción presupuestaria agregada de las familias es:

$$\dot{a} = wL + r \cdot a - C$$

- El Hamiltoniano de este problema será:

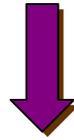
$$H = \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) \cdot e^{-\rho t} + \lambda(t)(w + r \cdot a - c)$$

- De las condiciones de primer orden se desprende la ecuación de Euler:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \frac{1}{\theta} \cdot (r - \rho)$$

Equilibrio General

$$r = \frac{L}{\eta} \cdot A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{2}{(1-\alpha)}}$$



$$\frac{\&}{c} = \frac{1}{\theta} \cdot \left[\frac{L}{\eta} \cdot A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{2}{(1-\alpha)}} - \rho \right]$$

El problema del Planificador Social

$$\max U = \int_0^{\infty} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) \cdot e^{-\rho t} dt$$

sujeto a

$$Y = AL^{1-\alpha} N^{1-\alpha} X^{\alpha} = C + \eta N + X$$

$$H = \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) \cdot e^{-\rho t} + \lambda(t) \cdot \frac{1}{\eta} (AL^{1-\alpha} N^{1-\alpha} X^\alpha + Lc - X)$$

De la solución del Hamiltoniano se desprende:

$$\left(\frac{c}{c} \right)^{SP} = \frac{1}{\theta} \cdot \left[\frac{L}{\eta} \cdot A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{1}{(1-\alpha)}} - \rho \right]$$

$$X^{SP} = A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \alpha^{\frac{1}{(1-\alpha)}} LN$$

$$Y^{SP} = A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \alpha^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} LN$$

Comparación de los resultados de la economía descentralizada y del planificador social

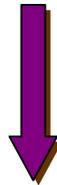
$$r^{SP} = \frac{L}{\eta} \cdot A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{1}{(1-\alpha)}} >$$

$$r^{MK} = \frac{L}{\eta} \cdot A^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{2}{(1-\alpha)}}$$

 $\left(\frac{\&}{c} \right)^{SP} > \left(\frac{\&}{c} \right)^{MK}$

Comparación de los resultados de la economía descentralizada y del planificador social

$$X^{SP} = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} LN > X^{MK} = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} LN$$



$$Y^{SP} = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} LN > Y^{MK} = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} LN$$

Posibles soluciones para alcanzar el óptimo social

- ▣ Subsidios a las compras de bienes intermedios
- ▣ Subsidios a la producción de bienes finales
- ▣ Subsidios a la investigación